(முழுப்பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved)

அனைத்துப் பல்கலைக்கழக மாணவர் அபிவிருத்திச் சங்கம் வவுனியா மாவட்டம்
All University Students' Development Association Vavuniya District

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022 ஐப்பசி
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022 October

இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10	T	I

மூன்று மணித்தியாலயம்
Three hours

மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time – 10 minutes

சுட்டெண் : ....

அறிவுறுத்தல்கள் :-

* இவ் வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் 1-10), பகுதி B (வினாக்கள் 11-17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* **பகுதி A**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிக தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* **பகுதி B**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B இற்கு மேலாக இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்து பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* **வினாத்தாள் பகுதி B யை மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	மொத்தம்	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
வினாத்தாள் II இன் மொத்தம்		

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

[பக்2ஐப் பார்க்க.

பகுதி-A

1. **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப்** பயன்படுத்தி எல்லா $n\epsilon\mathbb{Z}^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^{n}(4r+1) = n(2n+3)$ என நிறுவுக.

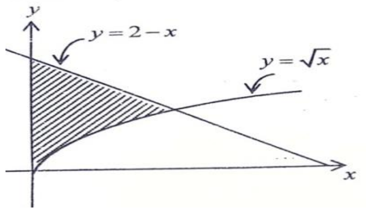
2. $y = |x-2|, y = 1 + |2x + 1|$ ஆகிய வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. **இதிலிருந்து** அல்லது **வேறுவிதமாக** $|x-4| < 2 + 2|x+1|$ ஐத் திருப்தி செய்யும் x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களைக் காண்க.

3. ஒரே ஆகன் தளத்தில் $|z-2i|=2$, $\text{Arg}(z-2i)=\frac{\pi}{3}$ ஆகியவற்றின் ஒழுக்குகளை வரைக. அவை வெட்டும் புள்ளி குறிக்கும் சிக்கலெண்ணை $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ என்னும் வடிவில் எழுதுக.

4. $(x^2-\frac{3k}{x})^8$ இன் ஈறுருப்புவிரிவில் x, $x4$ இன் குணகங்கள் சமனாயின் k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

5. $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left[\frac{(2x-\pi)\cos x}{2\cos^2 x - \left(\frac{\pi}{2}-x\right)^2 \sin x} \right] = (-2)$ எனக் காட்டுக.

6. $y = \sqrt{x}, y = 2 - x$ ஆகிய வரைபுகள் $y-$அச்சுடன் அடைக்கும் பரப்பு படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இப்பரப்பை $x-$அச்சுப்பற்றி 2π கோணத்தினூடாக சுழற்றுவதால் பெறப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு $\frac{11\pi}{6}$ கன அலகுகள் எனக்காட்டுக.



7. பரமானச்சமன்பாடுகள் $x = \frac{a}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$, $y = \frac{a}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)$ இனால் தரப்படும் வளையிக்கு $t = 2$ இலுள்ள தொடலியின் சமன்பாடு $10x - 3y - 8a = 0$ எனக் காட்டுக.

8. செவ்வகத்தினது மூலைவிட்டம் ஒன்றின் உச்சிகளின் ஆள்கூறுகள் **(2,3)** , **(8,11)** ஆகும். மற்றைய மூலைவிட்டம் y-அச்சிற்கு சமாந்தரம் ஆயின், எஞ்சிய உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

9. புள்ளி **(3,0)** இனூடாக **x** −அச்சைத் தொட்டுக் கொண்டிருப்பதும் , $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$ என்னும் வட்டத்தை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுவதுமான வட்டத்தின் மையம், ஆரை என்பவற்றைக் காண்க.

10. $\cot^2 \theta = 4$ எனின், $\text{Sec}\theta - \text{Cosec}\theta = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ எனக்காட்டுக.

இங்கு $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ ஆகும்.

✧✧✧✧✧✧

(முழுப்பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved)

அனைத்துப் பல்கலைக்கழக மாணவர் அபிவிருத்திச் சங்கம் வவுனியா மாவட்டம்
All University Students' Development Association Vavuniya District

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை,2022 ஐப்பசி
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022 October

இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T II

பகுதி-B

➢ **ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.**

11.

(a) $x^2 - bx - c = 0$ எனும் இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனக்கொள்வோம். $\alpha^2 + \beta^2$ இற்கு b, c இன் சார்பில் கோவை ஒன்றை எழுதுக.

$x^2 - px - q = 0$ எனும் இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் γ, δ எனக்கொள்வோம்.

$(\alpha+\gamma)(\alpha+\delta)(\beta+\gamma)(\beta+\delta) = (c-q)^2 - (b+p)(bq+cp)$ எனக்காட்டுக.

$(c-q)^2 = (b+p)(bq+cp)$ ஆக **இருந்தால் – இருந்தால் மாத்திரம்** $x^2 - px - q = 0$ எனும் இருபடிச்சமன்பாட்டின் ஒரு மூலத்தின் மறைப்பெறுமானத்திற்கு சமனாக இருக்கும் எனக்காட்டுக.

$x^2 - kx - 2x = 0$ எனும் இருபடிச்சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் ஆனது,

$x^2 - 3x - 10k = 0$ எனும் இருபடிச்சமன்பாட்டின் ஒரு மூலத்தின் மறைப்பெறுமானத்திற்கு சமன் எனின், k இற்கு சாத்தியமான பெறுமானங்களைக்காண்க.

(b) $\mathbf{c}, \mathbf{d} \in \mathbb{R}^+$ ஆக $f(x) = x^4 + x^3 - (2+d)x^2 + d(c+1)x - cd$ ஆகும். $(x-c)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியாகும். $f(x)$ இனை $(x-d)$ ஆல் வகுக்கும் போது மீது $cd(d-1)$ ஆகுமெனின் c, d ஐக் காண்க. $f(x)$ இனை, $[x+(c+d)]^3$ ஆல் வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதியை **மீதித்தேற்றத்தையும் வகையீட்டையும்** பாவிப்பதன் மூலம் காண்க.

12.

(a) **r** ஆவது உறுப்பு $\mathbf{U_r}$ ஆக இருக்கும் ஒரு தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை,

$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{n}{12}(n+1)(n+2)(n+3)$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$1 \le r \le n$ இற்கு, $\frac{1}{U_r} = k\,[f(r) - f(r+1)]$ ஆகுமாறு,

$f(r)$, மாறிலி , என்பவற்றைக் கண்டு, இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{1}{U_r}\right)$ ஐப் பெறுக.

$\sum_{r=1}^{\infty}\left(\frac{1}{U_r}\right)$ ஒருங்கும் என நிறுவி, $2 \le 3\left(1 - \frac{2}{(n+1)(n+2)}\right) < 3$ ஐ உய்த்தறிக.

(b) தகுதியான பன்னிரெண்டு மாணவர்களிலிருந்து செப்பமாக நான்கு மாணவர்களைக் கொண்ட விவாதக்குழு ஒன்றை தெரிவு செய்ய வேண்டியுள்ளது. இக்குழு தெரிவு செய்யப்படக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தகுதியுள்ள அப்பன்னிரெண்டு மாணவர்களில் மாணவர் A,B உள்ளனர்.

I. குழுவில் Aயும் Bயும் இடம்பெறல்.
II. குழுவில் A அல்லது B இடம்பெறல்.
III. குழுவில் A,B இருவரும் இடம்பெறாது இருத்தல்.

ஆகிய சந்தர்ப்பங்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் தெரிவு செய்யப்படக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

13.

(a) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0 & -2 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}_{2\times3}$, $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}_{3\times2}$ என்க.

$\mathbf{AB}=\mathbf{C}$ ஆகுமாறு தாயம் $\mathbf{C}$ ஐக் கண்டு அதன் நேர்மாறுத்தாயம் $\begin{pmatrix}-3 & -2\\ 1 & 1\end{pmatrix}_{2\times2}$ எனக் காட்டுக.

$\mathbf{CDC^{-1}}=\mathbf{2C^2-3C}$ ஆகுமாறு தாயம் $\mathbf{D}$ ஐக் காண்க.

(b) $\mathbf{Z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)}$, $\mathbf{Z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)}$ என்க.

$|\mathbf{Z_1-Z_2}|^2=|\mathbf{Z_1}|^2+|\mathbf{Z_2}|^2-2|\mathbf{Z_1}||\mathbf{Z_2}|\cos(\theta_1-\theta_2)$ எனக்காட்டுக. **இதிலிருந்து,**

$|1-\overline{\mathbf{Z_2}}\mathbf{Z_1}|^2-|\mathbf{Z_1-Z_2}|^2=(1-|\mathbf{Z_1}|^2)(1-|\mathbf{Z_2}|^2)$ என்பதை **உய்த்தறிக.**

(c) $\mathbf{n\in\mathbb{Z}^+}$, $\theta\neq(4n+3)\frac{\pi}{2}$ ஆகும்போது,

$\left(\frac{1+\sin\theta+i\cos\theta}{1+\sin\theta-i\cos\theta}\right)=\sin\theta+i\cos\theta$ எனக்காட்டுக.

தாய்மோவரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி,

$\left(1+\sin\frac{\pi}{5}+i\cos\frac{\pi}{5}\right)^5+i\left(1+\sin\frac{\pi}{5}-i\cos\frac{\pi}{5}\right)^5=0$ எனக்காட்டுக.

14.

(a) $\mathbf{x\neq1}$ இற்கு $\mathbf{f(x)=\frac{x}{(x-1)^2}}$ எனக் கொள்க.

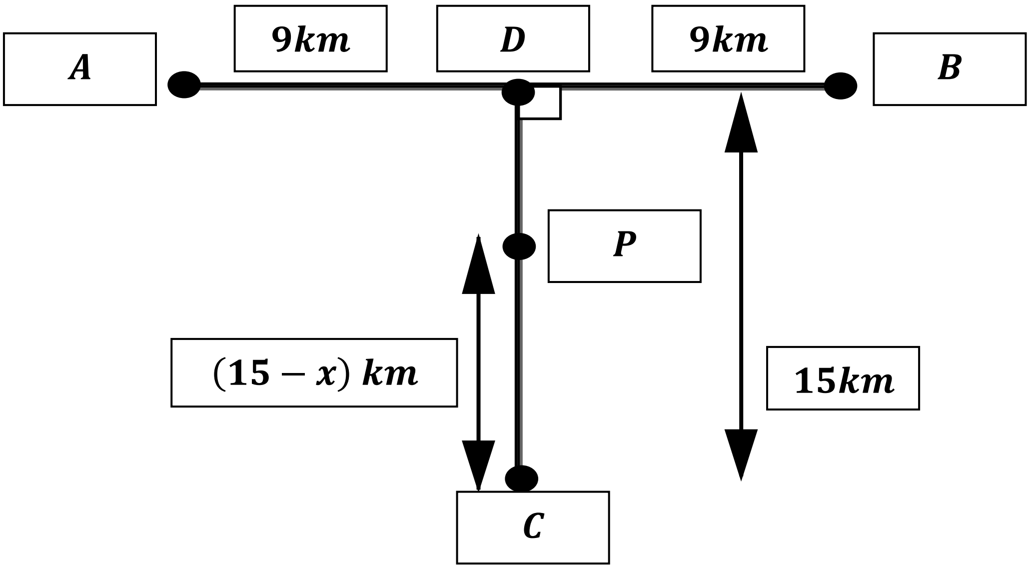
$\mathbf{f'(x)=(-)\frac{(1+x)}{(x-1)^2}}$ எனக் காட்டுக. $\mathbf{f''(x)=\frac{2(x+2)}{(x-1)^4}}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. அணுகுகோடுகள், திரும்பற்புள்ளிகள், விபத்திப்புள்ளிகள் என்பவற்றை இனங்கண்டு $\mathbf{y=f(x)}$ இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக.

$\mathbf{y=\frac{1}{f(x)}}$ இன் வரைபை உய்த்தறிந்து வரைக.

$\mathbf{[f(x)]^2=1}$ இன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

[பக்.3ஐப் பார்க்க.

(b)



A, B, C ஆகிய புள்ளிகள் முறையே **D** இலிருந்து **9km** மேற்கேயும் **9km** கிழக்கேயும் **15km** தெற்கேயும் அமைந்துள்ளன என்பதை வரிப்படம் காட்டுகின்றது. $\mathbf{H(x) = CP + PA + PB}$ ஆகுமாறு $\mathbf{H(x)}$ இற்கு ஒரு கோவையைப் பெற்று அதிலிருந்து $\mathbf{x}$ மாறும்போது,

$[\mathbf{H(x)}]_{\text{இழிவு}} = \mathbf{3(5 + 3\sqrt{3})km}$ எனக் காட்டுக.

15.

(a) $x^2 = u$ என்னும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி,

$\int \left(\frac{x}{x^4 - x^2 + 1}\right) dx = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \tan^{-1}\left(\frac{2x^2 - 1}{\sqrt{3}}\right) + C$ எனக்காட்டுக**.**

இங்கு C - எதேச்சையான மாறிலி ஆகும்.

(b) $\mathbf{\sin x + \cos x = R\cos(x - \alpha)}$ ஆகுமாறு $(\mathbf{R} > 0)$ $\mathbf{R}$, $\boldsymbol{\alpha}$ ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க. இதிலிருந்து,

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(2\sin x \cos x + 1)} dx = 1$ எனக்காட்டி,

$\int_0^a f(x)\, dx = \int_0^a f(a - x) dx$ என்பதையும் பயன்படுத்தி,

i. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2} dx = \frac{1}{2}$ எனவும்

ii. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{(\sin x + \cos x)^2} dx = \frac{\pi}{4}$ எனவும் நிறுவுக**.**

(c) **பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப்** பயன்படுத்தி $\int_0^1 x\ln(1 + x^2)dx$ ஐக் காண்க.

16.

(a) முக்கோணி ABC இல், $AB = BC$ ஆகும். AB, BC இன் சமன்பாடுகள் முறையே $2x - y - 1 = 0$, $x - 2y + 1 = 0$ ஆகும். பக்கம் AC இன் நடுப்புள்ளி $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ பக்கம் AC ஆனது $x + y - 5 = 0$ எனக் காட்டுக.

(b) வட்டம் $S = 0$ ஆனது $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 16 = 0$ எனும் வட்டமும், $l \equiv 16y - 4x + 9 = 0$ எனும் நேர்கோடும், இடைவெட்டும் புள்ளிகளினூடாக செல்லும் வட்டம் ஆகும்.

$S = 0$ இன் மையம் $2x + 3y + 5 = 0$ எனும் நேர்கோடு மீது கிடக்கும் எனின், வட்டம் S இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

வட்டம் $S_2 = 0$ ஆனது, $(3,0)$ என்ற புள்ளியினூடாக செல்வதுடன் X-அச்சைத் தொட்டுக்கொண்டு $S = 0$ ஐ நிமிர்கோணத்தில் வெட்டும் எனின்இ $S_2 = 0$ இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17.

(a) $\sin(A + B)$, $\cos(A + B)$ என்பவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக.

இதிலிருந்து, $\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\tan(A - B)$ இன் சூத்திரத்தை எழுதி $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ஐக் காண்க.

(b) முக்கோணி ஒன்றிற்கான கோசைன் விதியை நிறுவுக**.**

இதிலிருந்து, $\mathbf{a^2 = (b - c)^2 + 4bc\ \sin^2\left(\frac{A}{2}\right)}$ எனக் காட்டுக.

$\mathbf{a = (b - c)\ \sec\emptyset}$ எனின், $\mathbf{\tan\emptyset = \frac{2\sqrt{bc}}{(b-c)}\sin^2\left(\frac{A}{2}\right)}$ எனக் காட்டுக**.**

(c) $\mathbf{\tan^{-1}(2x + 1) + \tan^{-1}(2x - 1) = \tan^{-1}(2)}$ ஐத் தீர்க்க**.**

✦✦✦✦✦✦

(முழுப்பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved)

அனைத்துப் பல்கலைக்கழக மாணவர் அபிவிருத்திச் சங்கம் வவுனியா மாவட்டம்
All University Students' Development Association Vavuniya District

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022 ஐப்பசி
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, October 2022

இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 | T | II

மூன்று மணித்தியாலயம்
Three hours

மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10நிமிடங்கள்
Additional Reading Time – 10 minutes

சுட்டெண் : ....

அறிவுறுத்தல்கள் :-

* இவ் வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் 1-10), பகுதி B (வினாக்கள் 11-17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* **பகுதி A**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிக தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* **பகுதி B**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B இற்கு மேலாக இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்து பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* **வினாத்தாள் பகுதி B யை மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) இணைந்த கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	மொத்தம்	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
வினாத்தாள் II இன் மொத்தம்		

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

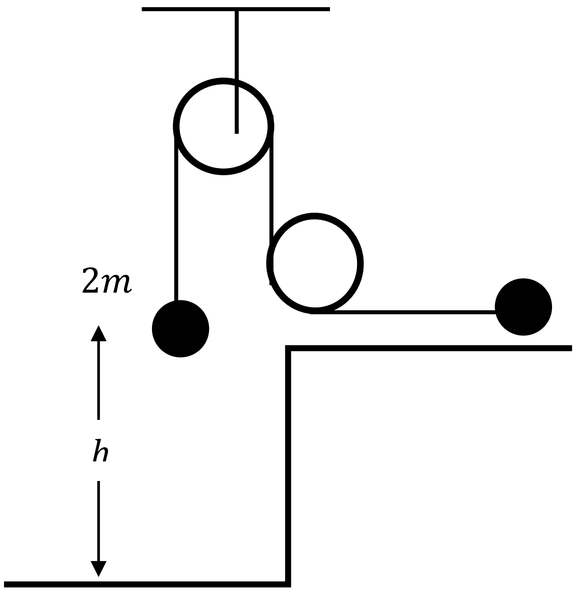
வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப்புள்ளிகள்	

பகுதி-A

1. திணிவு m உடைய துணிக்கை ஒன்று வேகம் $\boldsymbol{u}$ உடன் செல்கிறது. இத்துணிக்கை $\boldsymbol{v}$ வேகத்துடன் செல்லும் M திணிவுடைய B என்ற துணிக்கையுடன் நேரடியாக மோதுகிறது. இங்கு $(u > v)$ மொத்தலின் பின் A ஆனது ஓய்வடைகிறது எனின் மீளமைவுக்குணகம் $\frac{(mu+Mv)}{M(u-v)}$ எனக்காட்டுக.

2. உயரம் $3h$ உடைய கோபுரம் ஒன்றின் உச்சியில் இருந்து கிடையுடன் α கோணத்தில் எறியப்படுகின்றது. கோபுரத்தின் உச்சியூடான கிடைத்தளத்திலிருந்து h உயரத்தில் அதி உயரத்தை அடையும் எனின் தரையை மோதும் முன்னர் அது சென்ற கிடைத்தூரம் $6h\cot\alpha$ எனக்காட்டுக.

3. படத்தில் காட்டப்பட்ட ஒப்பமான தொகுதியானது இழைகள் இறுக்கமாக பிடிக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து இயங்க விடப்படின், இழையில் உள்ள இழுவையைக்கண்டு $\mathbf{2m}$ திணிவுள்ள துணிக்கை தரையை அடிக்க எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

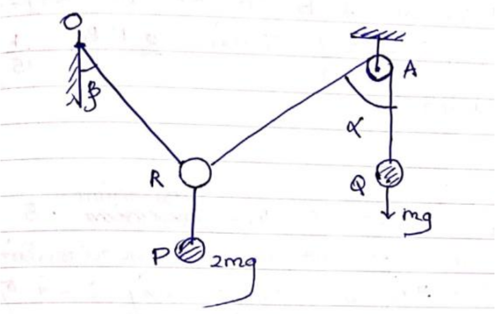
4. கிடையுடன் **α** இல் சாய்ந்துள்ள சாய்தளத்தின் உச்சியின் ஓய்விலிருந்து $\boldsymbol{M}$ திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று விடுவிக்கப்படுகிறது. அது சாய்தளத்தின் வழியே இன் தூரம் கீழ்நோக்கி இயங்குவதற்கு ஒரு செக்கன் எடுத்தால் துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கு எதிரான தடை $\boldsymbol{R}$ எனின் **($\boldsymbol{R}$—மாறிலி)**

$\boldsymbol{R = M(g sin\alpha - 2d)}$ என நிறுவுக.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

5. OAB என்பன ஒரு நேர்கோட்டில் அமையாத மூன்று புள்ளிகள் ஆகும். $\overrightarrow{OA} = \underline{\boldsymbol{a}}$, $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{b}, \overrightarrow{OC} = \underline{\boldsymbol{a}} + \underline{\boldsymbol{b}}$ ஆகுமாறு C என்பது வேறு ஒரு புள்ளியாகும். BC இன் நடுப்புள்ளி P எனின், $\overrightarrow{OP} = (\underline{\boldsymbol{a}} + 2\underline{\boldsymbol{b}})/2$ என நிறுவுக. OP ஆனது AB ஐ R இல் சந்திக்கும் எனின், $\overrightarrow{RB} = \underline{\boldsymbol{b}} - k(\underline{\boldsymbol{a}} + 2\underline{\boldsymbol{b}})$ எனவும் நிறுவுக. இங்கு $\boldsymbol{k \in R}$.

6. படத்தில் $\boldsymbol{O}$ நிலையான புள்ளியாகவும், $\boldsymbol{R}$ என்பது இலேசான , ஒப்பமான வளையமும் ஆகும். வளையமான $\boldsymbol{O}$ இல் இணைக்கப்பட்ட நீளா இழையில் கோர்க்கப்பட்ட இழையின் மறுமுனையில் $\boldsymbol{2m}$ திணிவுடைய துணிக்கையை காவுகிறது $\boldsymbol{R}$ இல் இணைக்கப்பட்ட இன்னொரு இழையானது நிலைத்த ஒப்பமான $\boldsymbol{A}$ இன் மேலாகச் சென்று மறுமுனையில் $\boldsymbol{m}$ திணிவுடைய துணிக்கையைக் காவுகின்றது இழைகள் $\boldsymbol{OR, AR}$ என்பன முறையே நிலைக்குத்துடன் $\boldsymbol{\beta, \alpha}$ கோணங்களை அமைப்பின் $\boldsymbol{\beta}$ ஐ $\boldsymbol{\alpha}$ இல் காண்க.(**விசை முக்கோணி வரைவதன் மூலம்**).



7. கிடைக்கு α கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள ஒரு கரடான தளத்தின் மீது ஒரு பொருளை மேல் நோக்கி சற்று அசையச் செய்யும் விசையானது அதனை கீழ்நோக்கி வழுக்காமல் தடுக்கும் விசையைப்போல் **இரண்டு மடங்கு** எனின் $\mu = 3tan\alpha$ என நிறுவுக. இங்கு μ ஆனது பொருள் இன் தளம் என்பவற்றுக்கிடையிலான **உராய்வுக்குணகம்** ஆகும்.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

8. திணிவு m உடைய துணிக்கையானது l நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையில் கட்டப்பட்டு மறுமுனை நிலைத்த புள்ளி ஒன்றுக்கு தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது ω என்னும் கோண வேகத்துடன் கிடை வட்டத்தை ஆற்றுகிறது இழையானது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணம் β எனின், $\omega^2 lcos\beta = g$ எனக் காட்டுக.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

9. **மாதிரிவெளி ஒன்றில்** A, B என்பன இரு நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.
$P(A) = \frac{3}{5}$, $p(B) = \frac{2}{3}$ எனின், $\frac{4}{5} \leq P(A \cap B) \leq \frac{3}{5}$ என்பதைநிறுவுக.

10. ஒரு மீடிறன் அட்டவணை **சம பருமனுள்ள 5 வகுப்பாயிடைகளைக்** கொண்டது மூன்றாம் வகுப்பாயிடையின் நடுப்புள்ளி 22.5 ஆகும். ஐந்தாம் வகுப்பாயிடையின் மேல் எல்லை 40 ஆகும். முதல் வகுப்பில் தொடங்கி வரிசையாக வகுப்பாயிடைகளின் மீடிறன்கள் $7, 19, 27, 15, 2$ எனின் பரம்பலின் ஆகாரத்தை காண்க.

(முழுப்பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved)

அனைத்துப் பல்கலைக்கழக மாணவர் அபிவிருத்திச் சங்கம் வவுனியா மாவட்டம்

All University Students' Development Association Vavuniya District

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை,2022 ஐப்பசி

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022 October

இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10	T	II

பகுதி-B

- ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11.

a. ஒரு துணிக்கை ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு முதல் $1000\,m$ தூரத்தை சீரான ஆர்முடுகலுடனும் அடுத்த $400\,m$ தூரத்தை வேறாரு சீரான ஆர்முடுகலுடனும் சென்று $100\,ms^{-1}$ எனும் வேகத்தை அடைகிறது ஆர்முடுகல்கள் முறையே $3:5$ எனும் விகிதத்தில் இருப்பின் **வேக-நேர வளையி வரைவதன் மூலம்** பிரயாணத்திற்கு எடுத்த **மொத்த நேரம்** $\mathbf{20\left(\frac{5}{\sqrt{15}}+\frac{2}{(5+\sqrt{15})}\right)}$ காட்டுக.

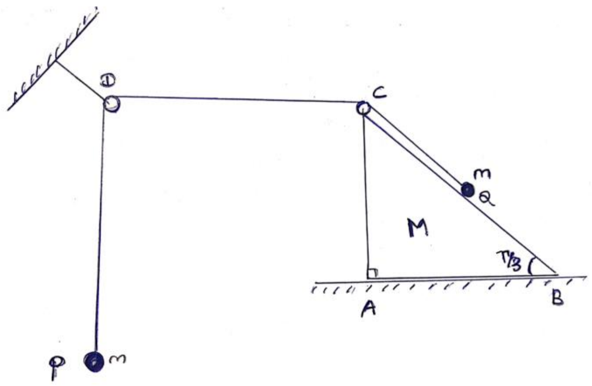
b. ஒரு கப்பல் A ஆனது வடக்கு நோக்கி $\boldsymbol{u\,km\,h^{-1}}$ எனும் வேகத்தில் செல்கிறது. A இற்கு $\sqrt{5}\,dkm$ கிழக்கே $\mathbf{2\sqrt{2}u\,km\,h^{-1}}$ வேகத்தில் B எனும் வேறொரு கப்பல் வடமேற்கு திசையில் செல்கிறது.

I. A இன் சட்டத்தில் B இன் பாதையை வரைந்து இரண்டிற்கும் இடைப்பட்ட **மிகக்கிட்டிய தூரம், அதற்கெடுத்த நேரம்** என்பவற்றை காண்க.

II. A இல் உள்ள துப்பாக்கி $\sqrt{2}\,d\,km$ எனும் சுடும் வீச்சை உடையது எனின் B ஆனது **ஆபத்தில் இருக்கும் நேரம்** $\mathbf{\frac{24\sqrt{5}\,d}{u}}$ **நிமிடம்** என காட்டுக.

12.

a. திணிவு M உடைய சீரான ஒப்பமான ஆப்பில் AB ஐக் கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான மேசை மீது வைக்கப்பட்டு m திணிவுள்ள P , Q என்னும் துணிக்கைகள் ஒரு இழையின் முனைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது ஆப்பின் உச்சியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டு ஓர் ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று துணிக்கை Q ஆனது முகம் BC இல் இருக்குமாறும் துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டு இழையின் பகுதி நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறும் இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்குமாறும் பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகிறது. இங்கு $B\hat{A}C=\frac{\pi}{2}$, $A\hat{B}C=\frac{\pi}{3}$ ஆகும். **ஆப்பின் ஆர்முடுகல், இழையில் உள்ள இழுவை ஆப்பு சார்பாக Q இன் ஆர்முடுகல் என்பவற்றைத் துணிவதற்கான இயக்க சமன்பாடுகளை எழுதுக.**



b. திணிவு m ஐ உ டைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது நீளம் a ஐ உடைய இலேசான நீளா இழையினால் ஒரு நிலைத்த புள்ளி O இலிருந்து தாங்கப்பட்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் இழை இறுக்கமாக இருக்க கணத்தாக்கு I ஆனது OP இற்கு செங்குத்தான ஒரு திசையில் P இல் பிரயோகிக்கப்படுகிறது. பின்னர் நிகழும் இயக்கத்தில் OP ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஐ ஆக்கும் போது P இன் வேகம் V ஆகவும் இழையின் இழுவை T ஆகவும் இருப்பின் V, T என்பவற்றை காண்க.

I. துணிக்கை **ஒரு முழு வட்டத்தை வரையும்** எனின் $\boldsymbol{I > m\sqrt{5ag}}$ என்பதையும்

[பக்.2ஐப் பார்க்க.

II. O ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கூர்ங்கோணம் α ஐ ஆக்கும் போது **வட்ட இயக்கத்திலிருந்து விலகும்** எனின் $\boldsymbol{m\sqrt{2ag}} < I < m\sqrt{\boldsymbol{5ag}}$ என்பதையும் $\boldsymbol{cos\alpha} = \frac{\boldsymbol{I^2}}{\boldsymbol{3m^2ag}} - \frac{\boldsymbol{2}}{\boldsymbol{3}}$ **என்பதையும் உய்த்தறிக.**

13. திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கை ஒன்று இயற்கை நீளம் a யும் மீள்தன்மை மட்டு mg யும் கொண்ட இழை ஒன்றின் முனைக்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை O எனும் நிலைத்த புள்ளிக்கு உள்ளது. துணிக்கையானது O இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே $(2+\sqrt{5})a$ தூரத்தில் ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கை O இற்கு மேலே உயரம் a வரை எழும்பும் எனக்காட்டுக. அது **முதல் தடவையாக** அதன் **ஆரம்பப்புள்ளிக்கு திரும்ப எடுக்கும் நேரம்** $(\boldsymbol{2\pi - 2\beta + 4})\sqrt{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{g}}}$ எனக்காட்டுக.

இங்கு $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

14.

a. O பற்றி $\overrightarrow{OP} = \underline{\boldsymbol{p}}$, $\overrightarrow{OQ} = \underline{\boldsymbol{q}}$ ஆகுமாறுள்ள இரு புள்ளிகள் P, Q ஆகும். R ஆனது OP இன் நடுப்புள்ளி ஆகும். $OX:XQ = 3:1$ ஆகுமாறு OQ மீது X என்ற புள்ளியும் $PY:YX = 4:1$ ஆகுமாறு PX இன் மீது Y எனும் புள்ளி உள்ளது.

I. $\overrightarrow{OR}, \overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}$ ஆகியவற்றை $\underline{\boldsymbol{p}}, \underline{\boldsymbol{q}}$ சார்பில் காண்க

II. $\overrightarrow{QY} = \frac{1}{5}\left(\underline{\boldsymbol{p}} - \boldsymbol{2}\underline{\boldsymbol{q}}\right)$ எனக்காட்டுக.

III. $\boldsymbol{Q, Y, R}$ **ஆகியன ஒரே நேர்கோட்டுப் புள்ளிகள்** எனக்காட்டி $QY:YR$ ஐயும் காண்க.

b. $\left(\boldsymbol{3\underline{i} - \underline{j}}\right), \left(\boldsymbol{2\underline{i} + 2\underline{j}}\right), \left(\boldsymbol{-\underline{i}, -\underline{j}}\right), \left(\boldsymbol{-3\underline{i} + 4\underline{j}}\right)$ எனும் புள்ளிகளில் முறையே $\left(\boldsymbol{\underline{i} - 4\,\underline{j}}\right)$, $\left(\boldsymbol{3\underline{i} + 6\underline{j}}\right), \left(\boldsymbol{-9\underline{i} + \underline{j}}\right), \left(\boldsymbol{5\underline{i} - 3\underline{j}}\right)$ எனும் விசைகள் தாக்குகின்றன. இங்கு $\underline{\boldsymbol{i}}, \underline{\boldsymbol{j}}$ என்பன OX, OY அச்சுக்கள் வழியேயான அலகுக்காவிகள் ஆகும்.

I. இவ்விசைகள் **கூறு வடிவில்** குறித்துக்காட்டுக.

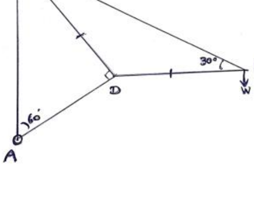
II. தொகுதியானது **ஓர் இணைக்கு ஒடுங்கும்** எனக்காட்டி அதன் பருமனையும் திசையும் காண்க.

III. $\boldsymbol{4}$ம் விசையானது அகற்றப்பட்டு, $\boldsymbol{1}$ம் விசையானது $\left(\boldsymbol{\underline{i}, -8\underline{j}}\right)$ எனும் புள்ளிக்கு இடமாற்றப்படின் தொகுதியானது உற்பத்தியினூடு செல்லும் **ஒரு தனி விசைக்கு ஒடுங்கும்** எனக்காட்டுக.

15.

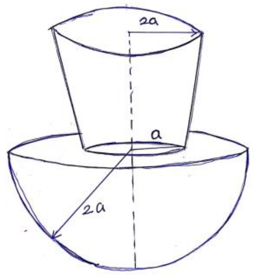
a. ஒவ்வொன்றும் $\boldsymbol{2a}$ நீளமும் $\boldsymbol{W}$ நிறையும் கொண்ட $\boldsymbol{AB, AC}$ என்னும் இரு சமச்சீரான கோல்கள் $\boldsymbol{A}$யில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு அச்சு கிடையாகவும் நிலையாகவும் உள்ள $\boldsymbol{r}$ ஆரையுடைய ஒப்பமான செவ்வட்ட உருளையின் மேல் சமச்சீராக ஓய்வில் இருக்கிறது. ஒவ்வொரு கோலும் கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம் $\boldsymbol{\theta}$ எனின் $\boldsymbol{a\cos^3\theta = r\sin\theta}$ எனக்காட்டி **மூட்டு** $\boldsymbol{A}$ **யில் உள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.**

b. உருவில் $\boldsymbol{AD, AC, DB, BC}$ என்னும் சீரான கோல்கள் $\boldsymbol{A}$ யில் சுயாதீனமாக பிணைக்கப்பட்டும் $\boldsymbol{D, B, C}$ இல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டும் சட்டப்படல் ஒன்று காணப்படுகிறது. $\boldsymbol{DC}$ வழியே $\boldsymbol{P}$ எனும் விசை பிரயோகிக்கப்பட்டும் $\boldsymbol{B}$ இல் நிறை $\boldsymbol{W}$ உம் தொங்கவிடப்பட்டும் சமனிலையில் உள்ளது. $\boldsymbol{AC}$ நிலைக்குத்தாகவும் $\boldsymbol{DB}$ கிடையாகவும் உள்ளது. **போவின் குறிப்பீடு** மூலம் தகைப்பு வரிப்படம் வரைந்து $\boldsymbol{P}$, **கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளைக் காண்க.**



16. ஆரை a உம் உயரம் உம் கொண்ட **சீரான திண்மக்கூம்பின் திணிவுமையம்** ஆரை a கொண்ட **சீரான அரைக்கோளத்தின் திணிவுமையம்** என்பவற்றைக்காண்க.

உருவானது ஒரு குழந்தையின் விளையாட்டுப் பொருளைக் காட்டுகின்றது. இப்பொருளானது திணிவு $\boldsymbol{m}$ ஐக் கொண்ட ஒரு செவ்வட்டத்திண்மக்கூம்பின் அடித்துண்டையும் $\boldsymbol{M}$ திணிவும் சீரான தடிப்பும் உடைய ஒரு மூடிய பொட்கோளத்தையும் கொண்டதாகும். **இவ்விரண்டும் வெவ்வேறு அடர்த்தியுடையன.** கோளமேற்பரப்பானது அழுத்தமற்ற ஒரு கிடைமேற்பரப்பில் தங்கி இருக்க சிறு உருளும் இடப்பெயர்ச்சி கொடுத்து குழந்தை விளையாடுமாயின் $\boldsymbol{\frac{M}{m} \geq \frac{51h}{56a}}$ எனக்காட்டுக.



17.

a. பெட்டி ஒன்றின் **நிறம் தவிர்ந்த** மற்றைய எல்லா விதத்திலும் **சர்வசமனான பச்சை அல்லது மஞ்சள் நிறமான நான்கு பந்துகள்** உள்ளன. ஆரம்பத்தில் பெட்டியிலுள்ள ஐந்து நிறச்சேர்க்கைகளின் இயல்தகவுகள் சர்வசமனானவை ஆகும். இப்போது பெட்டியினுள் பச்சைப்பந்து ஒன்று போடப்பட்டு பந்து ஒன்று வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது.

I. எடுக்கப்பட்ட பந்து மஞ்சள் நிற பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

II. எடுக்கப்பட்ட பந்து **மஞ்சள் நிற பந்து எனத்தரப்படும்போது** ஆரம்பத்தில் பெட்டியினுள் சரியாக மூன்று பச்சைப்பந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக்காண்க.

b.

புள்ளிவீச்சு	மாணவர் எண்ணிக்கை
$0-10$	$\mathbf{05}$
$10-20$	$\mathbf{15}$
$20-30$	$\mathbf{45}$
$30-40$	$\mathbf{20}$
$40-50$	$\mathbf{10}$
$50-60$	$\mathbf{05}$

I. இப்புள்ளிப்பரம்பலின்,

- **இடை** $(\bar{x})$
- **இடையம்** $(\mathbf{M_e})$
- **ஆகாரம்** $(\mathbf{M})$
- **நியமவிலகல்**$(\boldsymbol{\sigma_x})$ என்பவற்றைக்காண்க.

II. $\boldsymbol{k = \frac{3(\bar{x}-M)}{\sigma_x}}$ ஆகுமாறு k இன் பெறுமானத்தைக்காண்க